

# Wymagania z matematyki na poszczególne oceny

## Matematyka. Solidnie od podstaw

### Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 1

ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

**Wymagania na ocenę dopuszczającą.**

**Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.**

**Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą.**

**Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą.**

**Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą.**

## I. ZBIORY LICZBOWE. LICZBY RZECZYWISTE.

1	Zbiór. Działania na zbiorach
2	Zbiory liczbowe. Oś liczbowa
3	Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych
4	Przedziały
5	Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych
6	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o równaniach
7	Rozwiązywanie równań metodą równań równoważnych
8	Nierówność z jedną niewiadomą. Rozwiązywanie nierówności metodą nierówności równoważnych
9	Procenty
10	Punkty procentowe
11	Przybliżenia, błąd bezwzględny i błąd względny, szacowanie

### **Wymagania na ocenę dopuszczającą** oraz **wymagania na ocenę dostateczną**

Uczeń:

#### ZBIORY

zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru, zbiór skończony, nieskończony;  
zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów (należy/nie należy, zawiera się;  
potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych);  
potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem;  
potrafi określać relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów);  
zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów;  
potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych;

#### ZBIORY LICZBOWE

zna symboliczne oznaczenia zbiorów liczbowych;  
potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych:  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $R-Q$ ;  
zna pojęcia: liczby naturalnej, całkowitej, wymiernej, niewymiernej;  
potrafi rozróżniać liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;  
potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego;  
umie zamienić ułamek o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym na ułamek zwykły;  
potrafi zaznaczać liczby wymierne na osi liczbowej;  
zna definicję wartości bezwzględnej;  
umie obliczyć wartość bezwzględną liczby;  
potrafi wskazać liczby pierwsze i liczby złożone;  
zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10);  
potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze;  
potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych;  
potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;  
zna definicję liczby całkowitej parzystej oraz nieparzystej;  
potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach zwykłych i na ułamkach dziesiętnych;  
zna i stosuje w obliczeniach kolejność działań i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;  
potrafi porównywać liczby rzeczywiste;  
potrafi podać liczbę przeciwną oraz odwrotną do danej;

## PRZEDZIAŁY

rozumie pojęcie przedziału;  
rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone;  
zna i rozumie pojęcie przedziału otwartego i domkniętego;  
potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami;  
potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy;  
potrafi zaznaczyć przedział na osi opisany za pomocą warunków;  
potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów;  
potrafi sprawdzić, czy dana liczba należy do przedziału;

## RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

wie, co to jest równanie z jedną niewiadomą;  
wie, co to jest nierówność z jedną niewiadomą;  
zna definicję rozwiązania równania (nierówności) z jedną niewiadomą;  
wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym;  
wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową;  
zna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;  
potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;  
potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych;

## PROCENT

potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;  
potrafi obliczyć, jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba;  
potrafi określić, o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości;  
potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych (w tym wzrosty i spadki cen, podatki, kredyty i lokaty);  
rozumie pojęcie punktu procentowego i potrafi się nim posługiwać;  
potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych;  
potrafi odczytywać dane przedstawione w tabeli lub na diagramie i przeprowadzać analizę procentową przedstawionych danych;  
potrafi obliczyć błąd bezwzględny i błąd względny danego przybliżenia;  
potrafi obliczyć błąd procentowy przybliżenia;  
potrafi szacować wartości wyrażeń;

**Wymagania na ocenę dobrą** oraz **wymagania na ocenę bardzo dobrą**

## ZBIORY

potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;  
wyznaczać sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów;  
potrafi podać przykłady zbiorów A i B, jeśli dana jest suma, iloczyn albo różnica tych zbiorów;  
zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach;  
potrafi przeprowadzić proste dowody, w tym dowody „nie wprost”, dotyczące własności liczb rzeczywistych;  
potrafi wyznaczyć dopełnienie zbioru liczbowego skończonego w przestrzeni R;

## ZBIORY LICZBOWE

zna definicję liczb względnie pierwszych;  
zna i stosuje w obliczeniach zależność dotyczącą liczb naturalnych różnych od zera  $NWD(a,b) \cdot NWW(a,b) = a \cdot b$ ;  
potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych ujemnych;  
potrafi podać zapis symboliczny wybranych liczb, np. liczby parzystej, liczby nieparzystej, liczby podzielnej przez daną liczbę całkowitą, wielokrotności danej liczby; zapis liczby, która w wyniku dzielenia przez daną liczbę całkowitą daje wskazaną resztę;  
potrafi wykazać podzielność liczb całkowitych, zapisanych symbolicznie;  
umie podać część całkowitą każdej liczby rzeczywistej i część ułamkową liczby wymiernej;  
potrafi oszacować wartość liczby niewymiernej;

## PRZEDZIAŁY

wykonywać działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych;

## RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego;

potrafi wskazać przykład nierówności sprzecznego oraz nierówności tożsamościowej;

wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne;

## PROCENT

rozumie zmiany bankowych stóp procentowych i umie wyrażać je w punktach procentowych (oraz bazowych);

### Wymagania na ocenę celującą

potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów;

potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych;

## II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE.

1	Potęga o wykładniku naturalnym
2	Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej
3	Działania na wyrażeniach algebraicznych
4	Wzory skróconego mnożenia stopnia 2.
5	Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym
6	Potęga o wykładniku wymiernym
7	Potęga o wykładniku rzeczywistym
8	Określenie logarytmu.
9	Zastosowania logarytmów
10	Zdanie. Zaprzeczenie zdania
11	Zdania złożone. Zaprzeczenia zdań złożonych
12	Definicja. Twierdzenie. Dowód twierdzenia
13	Przekształcanie wzorów
14	Średnie

### Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną

Uczeń:

## WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

zna pojęcia: jednomianu, jednomianów podobnych, wyrażenia algebraicznego;

rozumie zasadę redukowania wyrazów podobnych;

potrafi dodawać i odejmować sumy algebraiczne;

potrafi mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany;  
obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;  
sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych;  
potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń;  
zna metodę grupowania wyrazów;  
potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych;  
potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia:

- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;  
potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);

## POTĘGI I PIERWIĄSTKI

potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;  
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;  
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;  
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;  
potrafi przeprowadzić dowód niewymierności  $\sqrt{2}$ ;  
potrafi usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym;  
potrafi usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą lub różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy;

## LOGIKA

potrafi dowodzić proste twierdzenia;  
potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;  
umie określić wartość logiczną zdania prostego;  
zna pojęcia kwantyfikatora ogólnego i kwantyfikatora szczegółowego;  
potrafi uzasadnić fałsz zdania prostego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym (podać kontrprzykład);  
potrafi zanegować zdanie proste i określić wartość logiczną zdania zanegowanego;  
potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;  
potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań z danych zdań prostych;  
potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;  
potrafi odróżnić definicję od twierdzenia;  
zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować;  
zna zasadę dowodzenia wprost;

## ŚREDNIE

potrafi wyznaczyć ze wzoru wskazaną zmienną;  
zna pojęcie średniej arytmetycznej liczb oraz potrafi obliczyć tę średnią dla podanych liczb;  
zna pojęcie średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;

## LOGARYTMY

zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;  
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;  
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;  
zna i rozumie twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi, zamianie podstawy logarytmu;  
potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;  
potrafi zamienić podstawę logarytmu;

**Wymagania na ocenę dobrą** oraz **wymagania na ocenę bardzo dobrą**

## WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

potrafi mnożyć sumy algebraiczne;  
potrafi budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji;  
potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia;  
potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów;

## POTĘGI I PIERWIĄSTKI

sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;  
sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;  
sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;  
potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;  
potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;  
potrafi przeprowadzić dowód niewymierności  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ , ...;  
porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;

## LOGIKA

potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost;  
potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost;  
potrafi symbolicznie zapisać zdanie z kwantyfikatorem;  
potrafi ocenić wartość logiczną prostego zdania z kwantyfikatorem;  
potrafi podać zaprzeczenie prostego zdania z kwantyfikatorem;  
potrafi podać kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe;  
potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne;  
potrafi wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych na podstawie informacji o wartościach logicznych zdań złożonych;  
zna prawo negacji implikacji i potrafi je stosować w praktyce;  
potrafi, na podstawie implikacji prostej, utworzyć implikację odwrotną, przeciwną oraz przeciwstawną;  
wie, że równoważne są implikacje: prosta i przeciwstawną oraz odwrotną i przeciwną;  
potrafi negować zdania złożone;  
rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę;  
zna zasadę dowodzenia nie wprost;  
potrafi przeprowadzić dowód prostych twierdzeń np. dotyczących podzielności liczb, wyrażeń algebraicznych;  
potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności;

## ŚREDNIE

sprawnie przekształca wzory matematyczne, fizyczne i chemiczne;  
potrafi wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji;  
stosuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną i średnią geometryczną w zadaniach tekstowych

## LOGARYTMY

zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;  
rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu  
potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;  
potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

## Wymagania na ocenę celującą

## WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych;

## POTĘGI I PIERWIĄSTKI

potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;

potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów;

potrafi rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych;

#### LOGIKA

potrafi stosować wiadomości z logiki do wnioskowania matematycznego;

potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń o niestandardowej treści;

#### LOGARYTMY

potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;

### III. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI.

1	Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Sposoby opisywania funkcji
2	Wykres funkcji
3	Dziedzina funkcji liczbowej
4	Zbiór wartości funkcji liczbowej. Najmniejsza i największa wartość funkcji
5	Miejsce zerowe funkcji
6	Monotoniczność funkcji
7	Funkcje różnowartościowe
8	Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach
9	<i>Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresu funkcji</i>

#### **Wymagania na ocenę dopuszczającą** oraz **wymagania na ocenę dostateczną**

##### Uczeń:

potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań;

potrafi podać przykład funkcji;

potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;

potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;

potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;

potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);

potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach);

potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość;

potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym);

potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:

- a) dziedzina funkcji
  - b) zbiór wartości funkcji
  - c) miejsce zerowe funkcji
  - d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji
  - e) wartość funkcji dla danego argumentu
  - f) przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała
  - g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne
  - h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;
- potrafi interpretować informacje *na podstawie wykresów funkcji* lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);  
potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru *lub wykresu funkcji*;

**Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

- potrafi podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki;  
potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunktacji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących we wzorze;  
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem;  
potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;  
potrafi podać opis matematyczny prostej sytuacji w postaci wzoru funkcji;  
potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;  
**potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;**  
**potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;**  
**potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;**  
**potrafi dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego;**  
**potrafi rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji;**

**Wymagania na ocenę celującą**

- potrafi (na podstawie definicji) wykazać różnowartościowość danej funkcji;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące własności funkcji;

#### IV. FUNKCJA LINIOWA.

1	Proporcjonalność prosta
2	Funkcja liniowa. Wykres i miejsce zerowe funkcji liniowej
3	Znaczenie współczynnika kierunkowego we wzorze funkcji liniowej
4	Własności funkcji liniowej – zadania różne
5	Zastosowanie własności funkcji liniowej w zadaniach praktycznych

**Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną**

**Uczeń:**

- wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;  
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;  
rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;  
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;  
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);  
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;



potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);  
 potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;  
 potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;  
 zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);  
 potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;  
 potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;  
 potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;  
 potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;  
 potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);  
 potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;  
 potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;  
 potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);  
**Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;  
 potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt należący do jej wykresu;  
 potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującą liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;  
 rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;

**Wymagania na ocenę celującą**

rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

**V. UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI.**

1	Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
2	Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Graficzne rozwiązywanie układów równań
3	Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania
4	Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników
5	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań

**Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną**

Uczeń:

zna pojęcie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;  
 wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta;  
 zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;  
 zna rozumie pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;  
 zna metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników;

potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;  
 potrafi sprawdzić, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych;  
 potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych;  
 zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną;  
 umie rozpoznać układy równań: oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;  
 potrafi opisać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego;

**Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

potrafi opisywać treści zadań problemowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;  
 potrafi wyznaczać wartość parametru, aby rozwiązaniem układu była wskazana para liczb;  
 potrafi przedstawić ilustrację graficzną układu równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;

**Wymagania na ocenę celującą**

potrafi opisywać treści zadań niestandardowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;  
 potrafi rozwiązać układy trzech (i więcej) układów równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi;  
 potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny;

## VI. PODSTAWOWE WŁASNOŚCI WYBRANYCH FUNKCJI.

1	Funkcja kwadratowa
2	Funkcja kwadratowa – zastosowania
3	Proporcjonalność odwrotna
4	Funkcja wykładnicza
5	Funkcja logarytmiczna

**Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną**

Uczeń:

### funkcja kwadratowa

potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem  $y = ax^2$ , gdzie  $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;  
 zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;  
 potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;  
 potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;  
 potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;  
 potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;  
 potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);  
 potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;  
 potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;

### proporcjonalność odwrotna

zna i rozumie pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych;  
 wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną;  
 potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;

rozumie różnice pomiędzy wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;  
potrafi rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne;  
rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej;  
potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;  
potrafi narysować wykres funkcji;  
potrafi opisać własności funkcji;

#### funkcja wykładnicza

zna definicję funkcji wykładniczej;  
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;  
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;  
potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;  
potrafi porównać potęgi o tych samych podstawach i wykładnikach rzeczywistych;  
potrafi obliczać wartość funkcji wykładniczej dla danego argumentu;  
potrafi odczytać z wykresu funkcji wykładniczej argumenty dla danej wartości funkcji;  
potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;

#### funkcja logarytmiczna

zna definicję funkcji logarytmicznej;  
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;  
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;  
potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;  
rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje funkcję logarytmiczną;

### **Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

#### funkcja kwadratowa

potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.

#### proporcjonalność odwrotna

potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;

#### funkcja wykładnicza

potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;

#### funkcja logarytmiczna

potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji logarytmicznej;  
posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.

### **Wymagania na ocenę celującą**

#### funkcja kwadratowa

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

#### proporcjonalność odwrotna

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące proporcjonalności odwrotnej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

#### funkcja wykładnicza

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych (wykładniczych i logarytmicznych).

#### funkcja logarytmiczna

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji logarytmicznych (wykładniczych i logarytmicznych).

## VII. GEOMETRIA PŁASKA – POJĘCIA WSTĘPNE. TRÓJKĄTY.

1	Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona
2	Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta
3	Dwie proste przecięte trzecią prostą. Suma kątów w trójkącie
4	Wielokąt. Wielokąt foremny. Suma kątów w wielokącie
5	Twierdzenie Talesa
6	Podział trójkątów. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie
7	Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
8	Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie
9	Przystawanie trójkątów
10	Podobieństwo trójkątów
11	Podobieństwo trójkątów – zastosowanie w zadaniach

### *Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną*

#### Uczeń:

zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;  
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;  
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;  
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;  
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;  
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;  
umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;  
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;  
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań;  
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;  
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;  
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;  
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;  
zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;

zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;  
wie, ile wynosi suma miar kątów w trójkącie;  
zna warunek na długość odcinków, z których można zbudować trójkąt;  
zna twierdzenie dotyczące odcinka łączącego środki dwóch boków trójkąta i potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i wykorzystuje je do sprawdzenia, czy dany trójkąt jest prostokątny;  
umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;  
umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;  
zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;  
zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;  
zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;  
umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych;

### ***Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą***

zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;  
zna definicję wielokąta;  
zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;  
wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;  
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;  
potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;  
zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;  
potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;  
zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;  
potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;  
potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;  
potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;  
potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;  
potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;  
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;  
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;  
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa);

### ***Wymagania na ocenę celującą***

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;  
zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;  
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia;  
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;  
potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;  
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;  
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;

## VIII. TRYGNOMETRIA KĄTA OSTREGO

1	Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym
2	Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
3	Zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego

### *Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną*

#### Uczeń:

zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;  
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;  
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);  
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;  
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;  
potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;

### *Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą*

potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;  
potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;  
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;  
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;  
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;

### *Wymagania na ocenę celującą*

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 1

ZAKRES ROZSZERZONY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

***Wymagania na ocenę dopuszczającą.***

***Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.***

***Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą.***

***Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą.***

***Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą.***

## I. ZBIORY LICZBOWE. LICZBY RZECZYWISTE.

1	Zbiór. Działania na zbiorach
2	Zbiory liczbowe. Oś liczbowa
3	Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych
4	Przedziały
5	Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych
6	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o równaniach
7	Rozwiązywanie równań metodą równań równoważnych
8	Nierówność z jedną niewiadomą. Rozwiązywanie nierówności metodą nierówności równoważnych
9	Procenty
10	Punkty procentowe
11	Przybliżenia, błąd bezwzględny i błąd względny, szacowanie

### Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną

Uczeń:

#### ZBIORY

zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru, zbiór skończony, nieskończony;  
zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów (należy/nie należy, zawiera się);  
potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych);  
potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem;  
potrafi określać relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów);  
zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów;  
potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych;

#### ZBIORY LICZBOWE

zna symboliczne oznaczenia zbiorów liczbowych;  
potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych:  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $R-Q$ ;  
zna pojęcia: liczby naturalnej, całkowitej, wymiernej, niewymiernej;  
potrafi rozróżnić liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;  
potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego;  
umie zamienić ułamek o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym na ułamek zwykły;  
potrafi zaznaczać liczby wymierne na osi liczbowej;  
zna definicję wartości bezwzględnej;  
umie obliczyć wartość bezwzględną liczby;  
potrafi wskazać liczby pierwsze i liczby złożone;  
zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10);  
potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze;  
potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych;  
potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;  
zna definicję liczby całkowitej parzystej oraz nieparzystej;  
potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach zwykłych i na ułamkach dziesiętnych;  
zna i stosuje w obliczeniach kolejność działań i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;  
potrafi porównywać liczby rzeczywiste;



potrafi podać liczbę przeciwną oraz odwrotną do danej;

## PRZEDZIAŁY

rozumie pojęcie przedziału;  
rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone;  
zna i rozumie pojęcie przedziału otwartego i domkniętego;  
potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami;  
potrafi zaznaczyć na osi liczbowej podany przedział liczbowy;  
potrafi zaznaczyć przedział na osi opisany za pomocą warunków;  
potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów;  
potrafi sprawdzić, czy dana liczba należy do przedziału;

## RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

wie, co to jest równanie z jedną niewiadomą;  
wie, co to jest nierówność z jedną niewiadomą;  
zna definicję rozwiązania równania (nierówności) z jedną niewiadomą;  
wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym;  
wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową;  
zna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;  
potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;  
potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych;

## PROCENT

potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;  
potrafi obliczyć, jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba;  
potrafi określić, o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości;  
potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych (w tym wzrosty i spadki cen, podatki, kredyty i lokaty);  
rozumie pojęcie punktu procentowego i potrafi się nim posługiwać;  
potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych;  
potrafi odczytywać dane przedstawione w tabeli lub na diagramie i przeprowadzać analizę procentową przedstawionych danych;  
potrafi obliczyć błąd bezwzględny i błąd względny danego przybliżenia;  
potrafi obliczyć błąd procentowy przybliżenia;  
potrafi szacować wartości wyrażeń;

**Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

## ZBIORY

potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;  
wyznaczać sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów;  
potrafi podać przykłady zbiorów A i B, jeśli dana jest suma, iloczyn albo różnica tych zbiorów;  
zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach;  
potrafi przeprowadzić proste dowody, w tym dowody „nie wprost”, dotyczące własności liczb rzeczywistych;  
potrafi wyznaczyć dopełnienie zbioru liczbowego skończonego w przestrzeni R;

## ZBIORY LICZBOWE

zna definicję liczb względnie pierwszych;  
zna i stosuje w obliczeniach zależność dotyczącą liczb naturalnych różnych od zera  $NWD(a,b) \cdot NWW(a,b) = a \cdot b$ ;  
potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych ujemnych;  
potrafi podać zapis symboliczny wybranych liczb, np. liczby parzystej, liczby nieparzystej, liczby podzielnej przez daną liczbę całkowitą, wielokrotności danej liczby; zapis liczby, która w wyniku dzielenia przez daną liczbę całkowitą daje wskazaną resztę;  
potrafi wykazać podzielność liczb całkowitych, zapisanych symbolicznie;  
umie podać część całkowitą każdej liczby rzeczywistej i część ułamkową liczby wymiernej;  
potrafi oszacować wartość liczby niewymiernej;

## PRZEDZIAŁY

wykonywać działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych;

## RÓWNANIA-NIERÓWNOŚCI

potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego;

potrafi wskazać przykład nierówności sprzecznego oraz nierówności tożsamościowej;

wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne;

## PROCENT

rozumie zmiany bankowych stóp procentowych i umie wyrażać je w punktach procentowych (oraz bazowych);

## Wymagania na ocenę celującą

potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów;

potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych;

## II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE.

1	Potęga o wykładniku naturalnym
2	Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej
3	Działania na wyrażeniach algebraicznych
4	Wzory skróconego mnożenia stopnia 2.
5	Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym
6	Potęga o wykładniku wymiernym
7	Potęga o wykładniku rzeczywistym
8	Określenie logarytmu.
9	Zastosowania logarytmów
10	Zdanie. Zaprzeczenie zdania
11	Zdania złożone. Zaprzeczenia zdań złożonych
12	Definicja. Twierdzenie. Dowód twierdzenia
13	<i>Przekształcanie wzorów</i>
14	Średnie

## Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną

Uczeń:

## WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

zna pojęcia: jednomianu, jednomianów podobnych, wyrażenia algebraicznego;

rozumie zasadę redukowania wyrazów podobnych;

potrafi dodawać i odejmować sumy algebraiczne;

potrafi mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany;  
obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;  
sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych;  
potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń;  
zna metodę grupowania wyrazów;  
potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych;  
potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia:  

- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;  
potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);

## POTĘGI I PIERWIĄSTKI

potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;  
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;  
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;  
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;  
potrafi przeprowadzić dowód niewymierności  $\sqrt{2}$ ;  
usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym;  
usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą lub różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy;

## LOGIKA

potrafi dowodzić proste twierdzenia;  
potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;  
umie określić wartość logiczną zdania prostego;  
zna pojęcia kwantyfikatora ogólnego i kwantyfikatora szczegółowego;  
potrafi uzasadnić fałsz zdania prostego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym (podać kontrprzykład);  
potrafi zanegować zdanie proste i określić wartość logiczną zdania zanegowanego;  
potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;  
potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań z danych zdań prostych;  
potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;  
potrafi odróżnić definicję od twierdzenia;  
zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować;  
zna zasadę dowodzenia wprost;

## ŚREDNIE

potrafi wyznaczyć ze wzoru wskazaną zmienną;  
zna pojęcie średniej arytmetycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;  
zna pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;

## LOGARYTMY

zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;  
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;  
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;  
zna i rozumie twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi, zamianie podstawy logarytmu;  
potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;  
potrafi zamienić podstawę logarytmu;

## Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą

### WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

- potrafi mnożyć sumy algebraiczne;
- potrafi budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji;
- potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia;
- potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów;

### POTĘGI I PIERWIASKI

- sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;
- sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;
- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;
- potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;
- potrafi przeprowadzić dowód niewymierności  $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$ ;
- porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;

### LOGIKA

- potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost;
- potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost;
- potrafi symbolicznie zapisać zdanie z kwantyfikatorem;
- potrafi ocenić wartość logiczną prostego zdania z kwantyfikatorem;
- potrafi podać zaprzeczenie prostego zdania z kwantyfikatorem;
- potrafi podać kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe;
- potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne;
- potrafi wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych na podstawie informacji o wartościach logicznych zdań złożonych;
- zna prawo negacji implikacji i potrafi je stosować w praktyce;
- potrafi, na podstawie implikacji prostej, utworzyć implikację odwrotną, przeciwną oraz przeciwstawną;
- wie, że równoważne są implikacje: prosta i przeciwstawną oraz odwrotną i przeciwną;
- potrafi negować zdania złożone;
- rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę;
- zna zasadę dowodzenia nie wprost;
- potrafi przeprowadzić dowód prostych twierdzeń np. dotyczących podzielności liczb, wyrażeń algebraicznych;
- potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności;

### ŚREDNIE

- sprawnie przekształca wzory matematyczne, fizyczne i chemiczne;
- potrafi wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji;
- stosuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną i średnią geometryczną w zadaniach tekstowych

### LOGARYTMY

- zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;
- rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu
- potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;
- potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;
- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

## Wymagania na ocenę celującą

### WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

- potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych;

## POTĘGI I PIERWIASTKI

potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;  
potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów;  
potrafi rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych;

## LOGIKA

potrafi stosować wiadomości z logiki do wnioskowania matematycznego;  
potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń o niestandardowej treści;

## LOGARYTMY

potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;

### III. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI.

1	Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Sposoby opisywania funkcji
2	Wykres funkcji
3	Dziedzina funkcji liczbowej
4	Zbiór wartości funkcji liczbowej. Najmniejsza i największa wartość funkcji
5	Miejsce zerowe funkcji
6	Monotoniczność funkcji
7	Funkcje różnowartościowe
8	Funkcje parzyste i nieparzyste
9	Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach
10	<i>Zastosowanie wiadomości o funkcjach do opisywania, interpretowania i przetwarzania informacji wyrażonych w postaci wykresu funkcji</i>

### **Wymagania na ocenę dopuszczającą** oraz **wymagania na ocenę dostateczną**

#### Uczeń:

potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań;  
potrafi podać przykład funkcji;  
potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;  
potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;  
potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;  
potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);  
potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach);

potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość;

potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedziną funkcji jest zbiorem skończonym);

potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:

a) dziedzina funkcji

b) zbiór wartości funkcji

c) miejsce zerowe funkcji

d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji

e) wartość funkcji dla danego argumentu

f) przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała

g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne

h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;

potrafi interpretować informacje *na podstawie wykresów funkcji* lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);

potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru *lub wykresu funkcji*;

### **Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

potrafi podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki;

potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunkcji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących we wzorze;

potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem;

potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;

potrafi podać opis matematyczny prostej sytuacji w postaci wzoru funkcji;

potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;

potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;

potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;

potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;

zna definicję funkcji parzystej oraz nieparzystej;

potrafi zbadać na podstawie definicji parzystość (nieparzystość) danej funkcji;

potrafi dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego;

*rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji;*

### **Wymagania na ocenę celującą**

potrafi (na podstawie definicji) wykazać różnowartościowość danej funkcji;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące własności funkcji;

## **IV. FUNKCJA LINIOWA.**

1	Proporcjonalność prosta
2	Funkcja liniowa. Wykres i miejsce zerowe funkcji liniowej
3	Znaczenie współczynnika kierunkowego we wzorze funkcji liniowej
4	Własności funkcji liniowej – zadania różne
5	Zastosowanie własności funkcji liniowej w zadaniach praktycznych
6	<i>Wykresy wybranych funkcji</i>

## Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną

### Uczeń:

wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;  
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;  
rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;  
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;  
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);  
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;  
potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);  
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;  
potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;  
zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);  
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;  
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;  
potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;  
potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;  
potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);  
potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;  
potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;  
potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);

### Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą

potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;  
potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu;  
potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami)  
interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;  
rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;  
potrafi sporządzić wykresy wybranych funkcji i omówić ich własności;

### Wymagania na ocenę celującą

rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

## V. UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI.

1	Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
2	Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Graficzne rozwiązywanie układów równań
3	Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania
4	Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników

## Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną

### Uczeń:

zna pojęcie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;  
 wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta;  
 zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;  
 zna rozumie pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;  
 zna metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników;  
 potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;  
 potrafi sprawdzić, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych;  
 potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych;  
 zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną;  
 umie rozpoznać układy równań: oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;  
 potrafi opisać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego;

### Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą

potrafi opisywać treści zadań problemowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;  
 potrafi wyznaczać wartość parametru, aby rozwiązaniem układu była wskazana para liczb;  
 potrafi przedstawić ilustrację graficzną układu równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;

### Wymagania na ocenę celującą

potrafi opisywać treści zadań niestandardowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;  
 potrafi rozwiązać układy trzech (i więcej) układów równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi;  
 potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny;

## VI. PODSTAWOWE WŁASNOŚCI WYBRANYCH FUNKCJI.

1	Funkcja kwadratowa
2	Funkcja kwadratowa – zastosowania
3	Proporcjonalność odwrotna
4	Funkcja wykładnicza
5	Funkcja logarytmiczna

## Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną

### Uczeń:

#### funkcja kwadratowa

potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem  $y = ax^2$ , gdzie  $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;  
 zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;



potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;  
potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;  
potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;  
potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;  
potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);  
potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;  
potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;

#### proporcjonalność odwrotna

zna i rozumie pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych;  
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną;  
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;  
rozumie różnice pomiędzy wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;  
potrafi rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne;  
rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej;  
potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;  
potrafi narysować wykres funkcji;  
potrafi opisać własności funkcji;

#### funkcja wykładnicza

zna definicję funkcji wykładniczej;  
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;  
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;  
potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;  
potrafi porównać potęgi o tych samych podstawach i wykładnikach rzeczywistych;  
potrafi obliczać wartość funkcji wykładniczej dla danego argumentu;  
potrafi odczytać z wykresu funkcji wykładniczej argumenty dla danej wartości funkcji;  
potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;

#### funkcja logarytmiczna

zna definicję funkcji logarytmicznej;  
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;  
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;  
potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;  
rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje funkcję logarytmiczną;

### **Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

#### funkcja kwadratowa

potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.

#### proporcjonalność odwrotna

potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;

#### funkcja wykładnicza

potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;

#### funkcja logarytmiczna

potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji logarytmicznej; posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.

### **Wymagania na ocenę celującą**

#### funkcja kwadratowa

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

#### proporcjonalność odwrotna

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące proporcjonalności odwrotnej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.

#### funkcja wykładnicza

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych (wykładniczych i logarytmicznych).

#### funkcja logarytmiczna

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji logarytmicznych (wykładniczych i logarytmicznych).

## VII. GEOMETRIA PŁASKA – POJĘCIA WSTĘPNE. TRÓJKĄTY.

1	Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona
2	Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta
3	Dwie proste przecięte trzecią prostą. Suma kątów w trójkącie
4	Wielokąt. Wielokąt foremny. Suma kątów w wielokącie
5	Twierdzenie Talesa
6	Podział trójkątów. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie
7	Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
8	Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie
9	Przystawanie trójkątów
10	Podobieństwo trójkątów
11	Podobieństwo trójkątów – zastosowanie w zadaniach
12	Wektor na płaszczyźnie.

**Wymagania na ocenę dopuszczającą** oraz **wymagania na ocenę dostateczną**

## Uczeń:

zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;  
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;  
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;  
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;  
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;  
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;  
umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;  
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;  
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań;  
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;  
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;  
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;  
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;  
zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;  
zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;  
wie, ile wynosi suma miar kątów w trójkącie;  
zna warunek na długość odcinków, z których można zbudować trójkąt;  
zna twierdzenie dotyczące odcinka łączącego środki dwóch boków trójkąta i potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i wykorzystuje je do sprawdzenia, czy dany trójkąt jest prostokątny;  
umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;  
umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;  
zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;  
zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;  
zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;  
zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;  
umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych;

## **Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;  
zna definicję wielokąta;  
zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;  
wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;  
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;  
potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;  
zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;  
potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;  
zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;  
potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów;  
potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;  
potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;  
potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;  
potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;  
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;  
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa);  
zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);  
wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;  
potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;  
zna prawa dotyczące działań na wektorach;  
potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;

### **Wymagania na ocenę celującą**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;  
zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;  
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia;  
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;  
potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;  
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;  
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;  
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;

## VIII. TRYGNOMETRIA KĄTA OSTREGO

1	Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym
2	Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
3	Zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego

### **Wymagania na ocenę dopuszczającą oraz wymagania na ocenę dostateczną**

Uczeń:

zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;  
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;  
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);  
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;  
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;  
zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;  
potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;

### **Wymagania na ocenę dobrą oraz wymagania na ocenę bardzo dobrą**

potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;  
potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;  
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;

### ***Wymagania na ocenę celującą***

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 2

ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

# I. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

1	Wektor w układzie współrzędnych – podstawowe informacje
2	Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX
3	Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY

## Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych	potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$
potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$	potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $f$ przez przesunięcie równoległe o dany wektor.

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwnie;
potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	zna prawa dotyczące działań na wektorach;
	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
	potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności
	potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji

## II. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM.

1	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej
2	Odległość między liczbami na osi liczbowej
3	Geometryczna interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej
4	Proste równania z wartością bezwzględną
5	Proste nierówności z wartością bezwzględną
6	Własności wartości bezwzględnej
7	Równania z wartością bezwzględną

Uczeń:

### PODSTAWOWE

K	P
zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną	potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań z wartością bezwzględną typu: $ x - a  = b$
potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby	potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału
umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami	wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość
rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu $ x - a  = b$	
zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej	

### DOPEŁNIAJĄCE

R	D
rozwiązuje równania z wartością bezwzględną metodą graficzną	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
	rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności

### WYKRACZAJĄCE

W
rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;



### III. FUNKCJA KWADRATOWA.

1	Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
2	Miejsce zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
3	Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu
4	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.
5	Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
6	Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne
7	Równania kwadratowe
8	Nierówności kwadratowe
9	Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ , gdzie $a \neq 0$	potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)	rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta \leq 0$
odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);
potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieją)	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;
potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;	
potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;	
potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;	
potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności	

**PODSTAWOWE****K****P**

kwadratowe z jedną niewiadomą;

rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli  $\Delta > 0$ **DOPEŁNIAJĄCE****R****D**

potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;

potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;

**WYKRACZAJĄCE****W**

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

## IV. GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA.

1	Okrąg. Położenie prostej i okręgu
2	Wzajemne położenie dwóch okręgów
3	Koła i kąty
4	Twierdzenie o stycznej i siecznej
5	Wybrane konstrukcje geometryczne
6	Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie
7	Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt

### Uczeń:

#### PODSTAWOWE

K	P
zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;	zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;	zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;	zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;	umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;	umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;
umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;	zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;	zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,	zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;	zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;	umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.

**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;	
zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;	potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;	zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań
zna definicję stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;
zna twierdzenie o odcinkach stycznych;	rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie
umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;	rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;	
zna twierdzenie o stycznej i siecznej;	
zna twierdzenie o cięciwach;	
zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;	
potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;	potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;
zna definicję wielokąta;	potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;
zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;	potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;
wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;	potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;	potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;
potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;
zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa,
zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;
wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;
zna twierdzenie o kątach wpisanych i dopisanych do okręgu, opartych na tym samym łuku;	potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;	przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;	
potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne	
stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach	
rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;
potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;
umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

## V. TRYGNOMETRIA.

1	Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta
2	Podstawowe tożsamości trygonometryczne
3	Wybrane wzory redukcyjne

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;	potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^{\circ} \pm \alpha$ ; $180^{\circ} \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta	umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $\alpha$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;
zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;	potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
Zna wzory redukcyjne kątów: $90^{\circ} \pm \alpha$ ; $180^{\circ} \pm \alpha$ ;	potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
	potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)	potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;
potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:	potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;
potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.

## VI. GEOMETRIA ANALITYCZNA.

1	Odcinek w układzie współrzędnych
2	Równanie kierunkowe prostej
3	Równanie ogólne prostej
4	Równanie okręgu
5	Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol
6	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej

### Uczeń:

#### PODSTAWOWE

K	P
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna definicję równania ogólnego prostej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	potrafi stosować warunek równoległości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej i przechodzącej przez dany punkt;
zna warunek równoległości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	

## DOPEŁNIAJĄCE

R

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości prostych

potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań;

potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;

D

potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;

potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;

## VII. GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.

1	Twierdzenie cosinusów
2	Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań
3	Pole figury geometrycznej
4	Pole trójkąta, cz.1
5	Pole trójkąta, cz.2
6	Pola trójkątów podobnych
7	Pole koła, pole wycinka koła
8	Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń

Uczeń:

## PODSTAWOWE

K

zna twierdzenie cosinusów;

rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;

P

potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;

potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;



zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	

#### DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie cosinusów;
	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	

#### WYKRACZAJĄCE

##### W

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń

## VIII. WIELOMIANY

1	Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej
2	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
3	Równość wielomianów
4	Pierwiastek wielomianu.
5	Pierwiastki wymierne wielomianu
6	Pierwiastek wielokrotny
7	Rozkład wielomianu na czynniki
8	Równania wielomianowe
9	Zadania prowadzące do równań wielomianowych

### Uczeń:

#### PODSTAWOWE

K	P
zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;	potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;
potrafi wskazać jednomiany podobne;	potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;
potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;	
potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);	
potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;	
potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia	
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;	potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;	
potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;	
rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów;	
potrafi rozpoznać wielomiany równe;	
	potrafi rozwiązywać równania wielomianowe postaci $W(x)=0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej;

#### DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań

**DOPEŁNIAJĄCE****R****D**

równe;

wielomianowych;

potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;

potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki stosując „metodę prób”;

potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki wyłączając jednomian przed nawias;

potrafi rozwiązywać równania wielomianowe;

**WYKRACZAJĄCE****W**

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 2

ZAKRES ROZSZERZONY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

## I. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

1	Wektor w układzie współrzędnych – podstawowe informacje
2	Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX
3	Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY
4	Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX i OY
5	Symetria środkowa. Symetria środkowa względem punktu (0,0)
6	Wykres funkcji $y = k \cdot f(x)$ oraz $y = f(k \cdot x)$ , gdzie $k \neq 0$
7	Szkicowanie wykresów wybranych funkcji
8	Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych	potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ , $y = -f(-x)$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY	potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $f$ przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor.
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0)	
potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$	

### DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;
potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	zna prawa dotyczące działań na wektorach;
	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
	potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń
	potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności
	potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności

### WYKRACZAJĄCE

#### W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji

## II. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM.

1	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej
2	Odległość między liczbami na osi liczbowej
3	Geometryczna interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej
4	Proste równania z wartością bezwzględną
5	Proste nierówności z wartością bezwzględną
6	Własności wartości bezwzględnej
7	Równania z wartością bezwzględną
8	Nierówności z wartością bezwzględną
9	Równanie liniowe z parametrem
10	Nierówność liniowa z parametrem
11	Układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem

**Uczeń:****PODSTAWOWE**

K	P
zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną	potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $ x - a  = b$ , $ x - a  < b$ , $ x - a  > b$
potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby	potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału
umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami	potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność
rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu $ x - a  = b$	wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość
zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
	rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności

**WYKRACZAJĄCE**

W
rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;

**III. FUNKCJA KWADRATOWA.**

1	Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
2	Miejsce zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
3	Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu
4	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.
5	Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
6	Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne
7	Równania kwadratowe

8	Równania prowadzące do równań kwadratowych
9	Nierówności kwadratowe
10	Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych
11	Równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego
12	Wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną
13	Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
14	Wzory Viete'a
15	Równania i nierówności kwadratowe z parametrem
16	Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną i parametrem

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$ , gdzie $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;	potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;	potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);
potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;
potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;	potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;
potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;	
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ , gdzie $a \neq 0$	potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)	rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta \leq 0$
odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów,



**PODSTAWOWE**

K	P
	dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);
potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje)	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;
potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;	
potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;	
potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;	
potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;	
rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta > 0$	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;	
potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;
potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;
analizuje równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów	analizuje równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów w trudniejszych przypadkach
wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów	Wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów
podaje warunki przy których rozwiązania mają określone znaki	podaje warunki przy których rozwiązania mają określone znaki bądź należą do określonego przedziału

**WYKRACZAJĄCE**

W
potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.
potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

#### IV. GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA.

1	Okrąg. Położenie prostej i okręgu
2	Wzajemne położenie dwóch okręgów
3	Koła i kąty
4	Twierdzenie o stycznej i siecznej
5	Wybrane konstrukcje geometryczne
6	Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie
7	Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt

#### Uczeń:

#### PODSTAWOWE

K	P
zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;	zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;	zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;	zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;	umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;	umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;
umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;	zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;	zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,	zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;	zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;	umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.

**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;	
zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;	potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;	zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań
zna definicję stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;
zna twierdzenie o odcinkach stycznych;	rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie
umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;	rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;	
zna twierdzenie o stycznej i siecznej;	
zna twierdzenie o cięciwach;	
zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;	
potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;	potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;
zna definicję wielokąta;	potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;
zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;	potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;
wie, jaki wielokąt nazywamy foremny;	potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;	potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;
potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;
zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa,
zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;
wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;
zna twierdzenie o kątach wpisanych i dopisanych do okręgu, opartych na tym samym łuku;	potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;	przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;	
potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne	
stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach	
rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;
potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;
umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

## V. TRYGNOMETRIA.

1	Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta
2	Podstawowe tożsamości trygonometryczne
3	Wybrane wzory redukcyjne
4	Kąt skierowany. Miara łukowa kąta
5	Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej
6	Wykresy funkcji trygonometrycznych

### Uczeń:

#### PODSTAWOWE

K	P
zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;	potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;	zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;	
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;	
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;	potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta	umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $\alpha$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;
zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;	potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
Zna wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ ;	potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
	potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;

#### DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi przeprowadzać dowody tożsamości	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności,

### DOPEŁNIAJĄCE

R	D
trygonometrycznych;	wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;	
potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)	potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;
potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:	potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;
potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;	

### WYKRACZAJĄCE

W
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.

## VI. GEOMETRIA ANALITYCZNA.

1	Odcinek w układzie współrzędnych
2	Równanie kierunkowe prostej
3	Równanie ogólne prostej
4	Równanie okręgu
5	Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol
6	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej

**Uczeń:**

### PODSTAWOWE

K	P
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;	potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;	potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego

PODSTAWOWE

K	P
	wykresu funkcji i osi OY;
rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;	potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);
potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);	
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	
potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;	
zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);	
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna definicję równania ogólnego prostej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);

**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;
potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt należący do jej wykresu;	sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;
	zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);
	wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;
	potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
	zna prawa dotyczące działań na wektorach;
	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych paraboli i okręgu;	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań;	
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	



**WYKRACZAJĄCE**

**W**

rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;

## VII. GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.

1	Twierdzenie sinusów
2	Twierdzenie cosinusów
3	Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań
4	Pole figury geometrycznej
5	Pole trójkąta, cz.1
6	Pole trójkąta, cz.2
7	Pola trójkątów podobnych
8	Pole koła, pole wycinka koła
9	Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń

**Uczeń:**

**PODSTAWOWE**

K	P
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;

zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;	potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;
potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	

WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.	
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;	
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń	

## VIII. WIELOMIANY

1	Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej
2	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
3	Równość wielomianów
4	Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór $a^n - b^n$
5	Podzielność wielomianów
6	Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera

7	Dzielenie wielomianów przez wielomiany stopnia większego od 1
8	Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta
9	Pierwiastki wymierne wielomianu
10	Pierwiastek wielokrotny
11	Rozkład wielomianu na czynniki
12	Równania wielomianowe
13	Zadania prowadzące do równań wielomianowych
14	Równania wielomianowe z parametrem
15	Funkcje wielomianowe
16	Nierówności wielomianowe

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;	potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;
potrafi wskazać jednomiany podobne;	potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;
potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;	sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;
potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);	potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów)
potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;	potrafi zastosować wzór $a^n - b^n$
potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia	potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;	potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;	potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;
potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;	potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;
rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów;	potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;
potrafi rozpoznać wielomiany równe;	potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;
zna następujące wzory skróconego mnożenia:	potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów;
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji)

	wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ;	
zna wzór $a^n - b^n$	
potrafi podzielić wielomian przez dwumian	
potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian;	
potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;	
zna twierdzenie Bezouta;	
zna twierdzenie o reszcie;	
potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe;	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych;
potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;	
rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciiany;	
stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciiany do rozwiązywania różnych zadań;	
przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;	
potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;	
zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych;	
potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”);	
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 3

ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

## I. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

1	Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych.
2	Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
3	Działania na ułamkach algebraicznych
4	Równania wymierne
5	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych
potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego	rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej
potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie	potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań	
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności	
potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ $i ad - cb \neq 0$
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ $i ad - cb \neq 0$ do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q$

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach algebraicznych	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)
potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie	potrafi rozwiązywać równania z wartością bezwzględną

**WYKRACZAJĄCE****W**

potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod

**II. CIĄGI**

1	Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
2	Monotoniczność ciągów
3	Ciąg arytmetyczny
4	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
5	Ciąg geometryczny
6	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
7	Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne
8	Lokaty pieniężne i kredyty bankowe

**Uczeń:****PODSTAWOWE**

<b>K</b>	<b>P</b>
zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)	wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący
wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych	potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości
potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów
potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych	potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;
zna definicję ciągu arytmetycznego	stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;	wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny	wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy

**PODSTAWOWE**

K	P
wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę	potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;	potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;	stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
zna definicję ciągu geometrycznego;	potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych	wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;	wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny
wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz	oblicza oprocentowanie lokaty
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;	określa okres oszczędzania
zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;	bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby
potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;	
oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym	rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności
potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;	stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny	
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	
stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym	
określa monotoniczność ciągu geometrycznego	
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych	



DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
wyrazów ciągu geometrycznego	
stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań	
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny	
potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;	
potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym	
potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym	
rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym	

WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach	

### III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA

1	Reguła mnożenia i reguła dodawania
2	Wariacje
3	Permutacje
4	Kombinacje

**Uczeń:**

PODSTAWOWE	
K	P
zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;	zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych
zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania dla dowolnej liczby czynności	Zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności
	przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni
	wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne	umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności

stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	
przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia	
stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	stosuje regułę mnożenia i dodawania (także łącznie) do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie)	oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów
	prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki

WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki	

#### IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

1	Podział czworokątów. Trapezoidy
2	Trapezy
3	Równoległoboki
4	Podobieństwo. Czworokąty podobne

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna podział czworokątów;	potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań
potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;	korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)
wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa $180^\circ$ i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.

PODSTAWOWE	
K	P
zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu ;	umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;
potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;	
zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;	
wie, jakie własności ma romb;	
zna własności prostokąta i kwadratu;	
wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;	
zna własności deltoidu;	
zna i rozumie definicję podobieństwa;	
potrafi wskazać figury podobne;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;	umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
	potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
	korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.

## V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

1	Pole prostokąta Pole kwadratu
2	Pole równoległoboku. Pole rombu
3	Pole trapezu
4	Pole czworokąta
5	Pola figur podobnych
6	Mapa. Skala mapy

**Uczeń:**

**PODSTAWOWE**

K	P
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	
potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;
zna wzory na pole równoległoboku;	zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.
zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	
zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;	potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;

potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).	potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;
	potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;
	potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;
	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

#### WYKRACZAJĄCE

#### W

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

## VI. GEOMETRIA ANALITYCZNA

1	Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka
2	Proste w układzie współrzędnych
4	Pole trójkąta. Pole wielokąta

Uczeń:

**PODSTAWOWE**

K	P
zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi stosować warunek równoległości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej i przechodzącej przez dany punkt;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	
zna definicję równania ogólnego prostej;	
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	
zna warunek równoległości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej ;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych	potrafi zastosować w zadaniach warunki na równoległość wektorów

**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne	potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki
zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)
zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki	potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;
potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi	potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości prostych	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;
	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
potrafi zastosować układy równań liniowych do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
	potrafi zastosować układy równań liniowych do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności

**WYKRACZAJĄCE**

W
rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 3

ZAKRES ROZSZERZONY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą*



## I. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

1	Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych.
2	Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych
3	Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
4	Działania na ułamkach algebraicznych
5	Równania wymierne
6	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych
7	Nierówności wymierne
8	Zadania na dowodzenie z zastosowaniem średniej arytmetycznej, średniej geometrycznej i średniej kwadratowej kilku liczb
9	Funkcja homograficzna
10	Funkcje wymierne

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej	potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych
potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych
potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie	rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej
potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań	rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych
potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych	potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej
zna definicję równania wymiernego	
potrafi rozwiązywać proste równania wymierne dające się sprowadzić do równania liniowego	
zna definicję nierówności wymiernej	
potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne dające się sprowadzić do nierówności liniowej	
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności	
wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem	
zna definicję funkcji wymiernej	

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej	
zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ $i ad - cb \neq 0$	
potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ $i ad - cb \neq 0$ do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q$	
potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	
potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY	
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną
potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem
potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej	
potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej
potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych	

WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem	
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod	

## II. CIĄGI

1	Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
2	Monotoniczność ciągów
3	Ciąg arytmetyczny
4	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
5	Ciąg geometryczny
6	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
7	Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne
8	Lokaty pieniężne i kredyty bankowe
9	Granica ciągu liczbowego
10	Obliczanie granic ciągów zbieżnych
11	Wybrane własności ciągów zbieżnych
12	Ciągi rozbieżne do nieskończoności
13	Szereg geometryczny

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)	wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący
wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych	potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości
potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym	wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów
potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych	potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;
zna definicję ciągu arytmetycznego	stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;	określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny	wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę	wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;	potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;	potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
zna definicję ciągu geometrycznego;	stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych

**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych	potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;	potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)
wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz	potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);
zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;	wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie
zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;	wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny
potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;	oblicza oprocentowanie lokaty
oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji	określa okres oszczędzania
rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;	badania, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby
zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;	oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych
potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);	oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;	
zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;	
sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym	potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu
wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;
potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;	potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny	rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny	potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu
stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
określa monotoniczność ciągu geometrycznego	zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
	do obliczenia granicy danego ciągu
wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym.
potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	
stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań	
wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny	
potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;	
potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym	
potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym	
rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym	
oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych	
zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego	
zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych	
stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach

### III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA

1	Reguła mnożenia i reguła dodawania
2	Wariacje
3	Permutacje
4	Kombinacje
5	Kombinatoryka – zadania różne
6	Symbol Newtona. Wzór Newtona. Trójkąt Pascala

**Uczeń:**

PODSTAWOWE	
K	P
zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;	wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;	wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;	wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań
zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;	wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
zywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;	umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności
stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona
przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia	w oparciu o wzór Newtona wyznacza wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów
wypisuje permutacje danego zbioru	rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona
oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru	
przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni	
oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń	
oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami	
stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek	
zna symbol Newtona	
oblicza wartość symbolu Newtona	
zna własności symbolu Newtona	
zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji	oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów
rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona	prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki
	prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala

## WYKRACZAJĄCE

### W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki

## IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

1	Podział czworokątów. Trapezoidy
2	Trapezy
3	Równoległoboki
4	Okrąg opisany na czworokącie
5	Okrąg wpisany w czworokąt
6	Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie
7	Podobieństwo. Czworokąty podobne

### Uczeń:

### PODSTAWOWE

K	P
zna podział czworokątów;	potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań
potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu;
wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa $180^\circ$ i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;	korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)
zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu ;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.
potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;	umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;
zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;	
wie, jakie własności ma romb;	
zna własności prostokąta i kwadratu;	
wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;	
zna własności deltoidu;	

rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu;	
zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań;	
potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg;	
zna i rozumie definicję podobieństwa;	
potrafi wskazać figury podobne;	
DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;	umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;	potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;	potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta;
	korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.

## V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

<b>1</b>	Pole prostokąta Pole kwadratu
<b>2</b>	Pole równoległoboku. Pole rombu
<b>3</b>	Pole trapezu
<b>4</b>	Pole czworokąta
<b>5</b>	Pola figur podobnych
<b>6</b>	Mapa. Skala mapy



**Uczeń:**

PODSTAWOWE	
K	P
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	
potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;
zna wzory na pole równoległoboku;	zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.
zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	
zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;	potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;

potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;	rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;	potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).	potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;
	potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;
	potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;
	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

#### WYKRACZAJĄCE

##### W

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

## VI. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ

1	Granica funkcji w punkcie
2	Obliczanie granicy funkcji w punkcie
3	Granice jednostronne funkcji w punkcie
4	Granica funkcji w nieskończoności
5	Granica niewłaściwa funkcji

6	Ciągłość funkcji w punkcie
7	Ciągłość funkcji w zbiorze
8	Asymptoty wykresu funkcji
9	Pochodna funkcji w punkcie
10	Funkcja pochodna
11	Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej
12	Styczna do wykresu funkcji
13	Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji
14	Ekstrema lokalne funkcji
15	Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale
16	Zadania optymalizacyjne

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu	uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie	oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie
oblicza granice funkcji w punkcie	oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie
zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie	stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
oblicza granice funkcji w nieskończoności	sprawdza ciągłość funkcji w punkcie
oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie	sprawdza ciągłość funkcji
oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie	wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji	stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania
wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji	potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze)
zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie	potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji
korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie	potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej
zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji	potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej
zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym
potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów	potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres

**PODSTAWOWE**

K	P
zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej	potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji
stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym	potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań
zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach	potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk
zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań (twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa)	potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji
potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją)	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności
zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji	
potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna	
potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych	
wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki	
wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna	
wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie	

**WYKRACZAJĄCE**

**W**

rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;

## VII. TRYGNOMETRIA

<b>1</b>	Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych
<b>2</b>	Równania trygonometryczne

3	Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy
4	Funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta
5	Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych
6	Pochodne funkcji trygonometrycznych

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;	potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;	zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;	potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;	potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta;
wie co to jest miara łukowa kąta;	potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;
potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie	potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu $y=ax$
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;	umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $a$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;
umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach;	potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta	potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;	zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;
zna wzory redukcyjne;	potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \sin x$ i omówić jej własności;	potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \cos x$ i omówić jej własności;	potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{tg} x$ i omówić jej własności;	wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;

**PODSTAWOWE**

K	P
potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \text{ctg } x$ i omówić jej własności;	
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor)	potrafi rozwiązywać proste równania trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;
zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań;	oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne
potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych	oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych
zna granice funkcji $\frac{\sin x}{x}$ przy $x$ dążącym do 0	
zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;	potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;
wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;	potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta	potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;
potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej	potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkicować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia;
potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)	potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ;
potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:	
potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;	
potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);	
potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki;	
potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;	
potrafi obliczać wartości wyrażen, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;	
potrafi szkicować wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$ ;	
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ;	
potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ , $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ;	potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych;
	potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta;
potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;
potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych	potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne w których występuje parametr
potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne	potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania trygonometryczne
potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania

## VIII. GEOMETRIA ANALITYCZNA

1	Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka
2	Kąt między niezerowymi wektorami
3	Proste w układzie współrzędnych
4	Pole trójkąta. Pole wielokąta
5	Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu
6	Wzajemne położenie dwóch okręgów
7	Wybrane przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostokątności prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);



**PODSTAWOWE**

K	P
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	
zna definicję równania ogólnego prostej;	
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	
zna warunek równoległości oraz prostokątności prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej;	
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	
zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych	
potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne	
	potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki
	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)
zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki	potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;
	potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu
zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu	potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;	
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;
wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów	potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną
rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)	
stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności	
dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się	
potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią	

## WYKRACZAJĄCE

## W

rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;
potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej)

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 4

ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

## I. FUNKCJA WYKŁADNICZA

1	Funkcja wykładnicza i jej własności
2	Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych
3	Równania wykładnicze
4	Nierówności wykładnicze

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;	
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;	
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;	
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;	
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie
stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań	potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi
zna definicję funkcji wykładniczej	potrafi porównywać potęgi
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji	potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu
potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów	potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw	potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor (złożenie przekształceń)
potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (przesunięcie równoległe o dany wektor)	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor	
zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej	
potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;	potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;
sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;	porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;
sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	
potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;	
	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania
potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych
potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych	potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg	
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych	
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości/monotoniczności funkcji	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych

## II. FUNKCJA LOGARYTMICZNA

1	Funkcja logarytmiczna
2	Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych
3	Równania logarytmiczne
4	Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

**Uczeń:**

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;	potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;	potrafi zamienić podstawę logarytmu;
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;	
potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy	stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu
zna definicję funkcji logarytmicznej;	zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;	wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu
potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;	podaje odpowiednie założenia dla podstawy oraz liczby logarytmowanej
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;	potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. Wyznaczyć $\log_2 20$ wiedząc, że $\log_2 5 = p$ )
potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;	potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu
potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (przesunięcie równoległe o dany wektor);	potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych;
	potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne;
	rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.)
	posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;	potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;
rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;	
potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń	potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi wykorzystać funkcję logarymiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	potrafi wykorzystać własności funkcji logarymicznej do rozwiązywania zadań z parametrem
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarymicznej	potrafi wykorzystać funkcję logarymiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarymicznej	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarymicznych
	potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarymicznych oraz poznane twierdzenia
	potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarymiczne wprowadzając zmienną pomocniczą;

WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.	
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;	
potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarymiczne z parametrem;	
potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np. $\log_2 3$ )	
potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarymicznej	

### III. ELEMENTY STATYSTYKI

1	Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
2	Średnia z próby
3	Mediana z próby i moda z próby.

**Uczeń:**

PODSTAWOWE	
K	P
zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna)	potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów
	potrafi określać zależności między odczytanymi danymi;

zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej,	potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę
potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów	wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną
potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;	wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę
potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.	
potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych	wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami
wyznacza medianę i dominantę zestawu danych	wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych
potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami	stosuje w zadaniach średnią ważoną

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.	potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach
oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób	wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne
rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona	

#### IV. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

1	Doświadczenie losowe
2	Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
3	Określenie prawdopodobieństwa
4	Prawdopodobieństwo klasyczne
5	Doświadczenie losowe wieloetapowe

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;	wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń
potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu;	potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń



PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń	potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają
potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań;	zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań;
zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa	rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego;
umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego	wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach
potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
umie udowodnić własności prawdopodobieństwa;	stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierzeń
umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”;	oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych
rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności	rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności
Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności	prowadzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory

WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.	

## V. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIEŁOŚCIANY

1	Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Równoległość prostych i płaszczyzn. Proste skośne.
2	Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni.
3	Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
4	Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny.
5	Graniastosłupy
6	Ostrosłupy
7	Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
8	Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów

**Uczeń:**

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni	potrafi sprawdzić, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni	oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa
potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa oraz ostrosłupa
rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę	oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii
umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny	oblicza objętość graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa prawidłowego
umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn	oblicza objętość graniastosłupa pochyłego
rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny	oblicza pole powierzchni ostrosłupa mając daną jego siatkę
rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta;
rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem "kąt liniowy kąta dwuściennego"	
zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa	
zna podział graniastosłupów	
umie narysować siatki graniastosłupów prostych	
potrafi narysować siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment	
potrafi narysować siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment	
zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa;	
zna podział ostrosłupów;	
umie narysować siatki ostrosłupów prostych;	
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;	
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów	

**PODSTAWOWE****K****P**

umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów w prostych w typowych zadaniach

**DOPEŁNIAJĄCE****R****D**

przeprowadza wnioskowania dotycząc położenia prostych w przestrzeni

rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii

rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego

oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;

rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego

rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa

**WYKRACZAJĄCE****W**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył

**VI. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. BRYŁY OBROTOWE**

1	Walec
2	Stożek
3	Kula i sfera
4	Bryły obrotowe – zadania różne
5	Podobieństwo figur w przestrzeni

**Uczeń:**

**PODSTAWOWE**

K	P
zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej
rozumie określenie "przekrój osiowy walca"	rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz powierzchni bocznej stożka
zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka;	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów	wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych
zna określenie kuli	potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań
rozumie pojęcie objętości bryły	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca) w prostych, typowych zadaniach	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;	potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrosłup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostrosłup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.);
potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (walca, stożka, kuli);	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;	

**WYKRACZAJĄCE**

W
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył
wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni nietypowych brył, np. stożka ściętego

# Matematyka. Solidnie od podstaw

## Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 4

ZAKRES ROZSZERZONY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

## I. FUNKCJA WYKŁADNICZA

1	Funkcja wykładnicza i jej własności
2	Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych
3	Równania wykładnicze
4	Nierówności wykładnicze
5	Zastosowanie funkcji wykładniczej w zadaniach

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;	
zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;	
zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;	
potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;	
potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie
stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań	potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi
zna definicję funkcji wykładniczej	potrafi porównywać potęgi
potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji	potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu
potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów	potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw	potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrie względem osi układu (złożenie przekształceń)
potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych ( $S_{Ox}$ , $S_{Oy}$ , $S(0,0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor)	
potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrie względem osi układu	
zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej	
potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze	

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;	potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;
sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;	porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;
sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;	
potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;	
potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania
potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych	potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych	potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości oraz monotoniczności funkcji	potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem;
potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję wykładniczą oraz inny typ funkcji (np. liniową)	potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym
potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem o podwyższonym stopniu trudności;
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych

## I. FUNKCJA LOGARYTMICZNA

1	Funkcja logarytmiczna
2	Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych
3	Równania logarytmiczne
4	Nierówności logarytmiczne
5	Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

Uczeń:

**PODSTAWOWE**

K	P
zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;	potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;
zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;	potrafi zamienić podstawę logarytmu;
zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;	
potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy	stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu
zna definicję funkcji logarytmicznej;	zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń
potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;	potrafi stosować twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów do obliczania wartości wyrażeń oraz przekształcania wyrażeń z logarytmami
potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;	wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu
potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;	podaje odpowiednie założenia dla podstawy oraz liczby logarytmowanej
potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;	potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. wyznaczyć $\log_2 20$ wiedząc, że $\log_2 5 = p$ )
potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych ( $S_{Ox}$ , $S_{Oy}$ , $S(0,0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor);	potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu
	potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji logarytmicznej o określonej dziedzinie
	potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne;
	rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.)
	posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.



## DOPEŁNIAJĄCE

R

D

## DOPEŁNIAJĄCE

R

D

zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;	potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;
rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu	potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;	
potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażen	potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach, twierdzenie o zamianie podstaw logarytmów
potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych;	potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem
potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu	potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym
potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	potrafi prowadzić dowody opierające się o twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej	potrafi interpretować graficznie równania logarytmiczne z parametrem
potrafi rozwiązać równania oraz nierówności logarytmiczne korzystając z wykresów odpowiednich funkcji logarytmicznych	potrafi stosować wiadomości o funkcji logarytmicznej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.
potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję logarytmiczną oraz inny typ funkcji (np. liniową)	potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych
potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej	potrafi rozwiązywać zadania o [podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia
potrafi rozwiązywać równania wykładniczo-potęgowo-logarytmiczne	potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem;
	potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne wprowadzając zmienną pomocniczą;
	potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.

potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;

potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem;

potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np.  $\log_2 3$ )

potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej

## II. ELEMENTY STATYSTYKI

1	Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
2	Średnia z próby
3	Mediana z próby i moda z próby. Skala centylowa
4	Wariancja i odchylenie standardowe

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna)	potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów
zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej,	potrafi określać zależności między odczytanymi danymi;
potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów	potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe
potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;	wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną
potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.	wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę
potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych	wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami
wyznacza medianę i dominantę zestawu danych	wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych
potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami	stosuje w zadaniach średnią ważoną

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.	potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach
oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób	wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne
rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona	

### III. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

1	Doświadczenie losowe
2	Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
3	Określenie prawdopodobieństwa
4	Prawdopodobieństwo klasyczne
5	Doświadczenie losowe wieloetapowe
6	Prawdopodobieństwo warunkowe
7	Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa
8	Niezależność zdarzeń
9	Schemat Bernoulliego

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;	wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń
potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu;	potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń	potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają
potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań;	potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące niezależności zdarzeń.
zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa	zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań;
umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego	zna określenie prawdopodobieństwa warunkowego i umie rozwiązywać proste zadania dotyczące takiego prawdopodobieństwa;
zna definicję prawdopodobieństwa warunkowego	rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego;
potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się	wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach
zna wzór na prawdopodobieństwo całkowite	potrafi zastosować prawdopodobieństwo całkowite w rozwiązaniu prostych zadań;
potrafi sprawdzić, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym	zna wzór Bayesa
wie, jakie zdarzenia nazywamy niezależnymi; potrafi zbadać, postępując się definicją, czy dwa zdarzenia są niezależne;	potrafi rozwiązywać zadania w których występują zdarzenia niezależne
	zna wzór Bernoulliego i oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego

## DOPEŁNIAJĄCE

R	D
umie udowodnić własności prawdopodobieństwa;	stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”;	stosuje wzór do Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny
rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności	oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych
potrafi obliczać prawdopodobieństwo całkowite zdarzeń	wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej $k$ sukcesów w $n$ próbach
potrafi stosować wzór Bayesa;	rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności
wie i rozumie na czym polega niezależność $n$ zdarzeń ( $n \geq 2$ ).	prowadzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory
Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności	
stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczania prawdopodobieństwa sumy, iloczynu i różnicy zdarzeń	
stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa $k$ sukcesów w $n$ próbach	

## WYKRACZAJĄCE

## W

potrafi udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia warunki aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa;
potrafi udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite
udowadnia wzór Bayesa
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.

## IV. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIEŁOŚCIANY

1	Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Równoległość prostych i płaszczyzn. Proste skośne.
2	Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni.
3	Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
4	Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny.
5	Graniastopy
6	Ostrosłupy

7	Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
8	Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów
9	Przekroje wielościanów

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni	potrafi sprawdzić, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni	oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa
potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa oraz ostrosłupa
rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę	oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii
umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny	oblicza objętość graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa prawidłowego
umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn	oblicza objętość graniastosłupa pochyłego
rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny	oblicza pole powierzchni ostrosłupa mając daną jego siatkę
zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta;
rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	
rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem "kąt liniowy kąta dwuściennego"	
zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa	
zna podział graniastosłupów	
umie narysować siatki graniastosłupów prostych	
potrafi narysować siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment	
potrafi narysować siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment	
zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa;	
zna podział ostrosłupów;	
umie narysować siatki ostrosłupów prostych;	
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między	

**PODSTAWOWE**

K	P
odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;	
potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów	

**DOPEŁNIAJĄCE**

R	D
przeprowadza wnioskowania dotycząc położenia prostych w przestrzeni	przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny
stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego
stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa
rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii	przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych
rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego	rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów wielościanów z wykorzystaniem poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii
oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii	wykorzystuje wiadomości z analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań ze stereometrii, w zakresie wielościanów
potrafi wyznaczać przekroje sześcianu i ostrosłupów;	
potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (graniastosłupa, ostrosłupa)	
potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań;	
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;	

**WYKRACZAJĄCE**

**W**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń

## V. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. BRYŁY OBROTOWE

1	Walec
2	Stożek
3	Kula i sfera
4	Bryły obrotowe – zadania różne
5	Podobieństwo figur w przestrzeni
6	Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej
rozumie określenie “przekrój osiowy walca”	rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz powierzchni bocznej stożka
zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka;	stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów	wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych
zna określenie kuli	potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań
rozumie pojęcie objętości bryły	
umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca)	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną	potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrosłup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostrosłup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.)
potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (walca, stożka, kuli);	rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań	rozwiązuje zadania z geometrii przestrzennej stosując analizę matematyczną
potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii	

**WYKRACZAJĄCE****W**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń

wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni nietypowych brył, np. stożka ściętego

rozwiązuje zadania nietypowe z geometrii przestrzennej stosując analizę matematyczną